Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

Querdehnungsempfindlichkeit

Der Begriff "Querdehnungsempfindlichkeit" bezieht sich auf die Reaktion von DMS, wenn Dehnungen quer zur Gitterlängsachse auf sie einwirken. Idealerweise ist es wünschenswert, wenn DMS gegen solche Querdehnungen total unempfindlich wären. In der Praxis sind jedoch die meisten DMS bis zu einem gewissen Grad querdehnungsempfindlich; der Effekt ist aber gewöhnlich klein und bewegt sich in einer Größenordnung von einigen Prozent der Dehnungsempfindlichkeit in Gitterrichtung.

In ebenen Draht-DMS ist die Einleitung von Dehnung in den Draht aus einer Richtung quer zur Drahtlängsachse nahezu vernachlässigbar klein. Daraus ergibt sich, dass die Querdehnungsempfindlichkeit dieser DMS fast ausschließlich der Tatsache zuzuschreiben ist, dass ein Teil der Drahtlänge, aus dem das Gitter besteht, im Bereich der Umkehrschlaufen genau in Richtung der Querdehnung verläuft. Konsequenterweise wird das Vorzeichen der Querdehnungsempfindlichkeit bei ebenen Draht-DMS immer positiv sein, und die Größe des Effekts kann mit guter Näherung aus der Gittergeometrie berechnet werden. Diese Aussage gilt nicht für kleine "gewickelte" Draht-DMS, bei denen der Draht um einen flachen Kern gewickelt ist; solche DMS zeigen häufig negative Querdehnungsempfindlichkeit.

Bei Folien-DMS aber ergibt sich die Querdehnungsempfindlichkeit aus wesentlich komplexeren Phänomenen, und man kann sagen, dass sogut wie jeder Aspekt der Gittergeometrie und der allgemeinen DMS-Konstruktion eine Rolle spielt. Zusätzlich zu dem, was sich an den Umkehrschlaufen abspielt, ergeben sich Effekte aus den Gitterhalmen, die ein großes Breiten/Dicken-Verhältnis aufweisen und die durch die einwirkende Querdehnung erheblich verformt werden. Die Größe der Querdehnungseinleitung in die Gitterhalme wird bestimmt durch die relativen Dicken der Trägerfolie und der Gitterfolie, deren Elastizitätsmoduln, dem Verhältnis von Breite zu Dicke der Gitterhalme sowie zu einem geringeren Grad von einer Reihe anderer Parameter, einschließlich etwa dadurch, ob das Messgitter durch eine dünne Folie abgedeckt ist oder nicht.

Abhängig vom Gitterfolienwerkstoff und seinem metallurgischen Zustand kann der Beitrag zur Querdehnungsempfindlichkeit aus der Einleitung von Querdehnung in die Gitterhalme entweder positiv oder negativ sein. Deswegen kann die Gesamtgröße der Querdehnungsempfindlichkeit eines Folien-DMS auch entweder positiv oder negativ sein.

Aus diesen Zusammenhängen ergäbe sich nun die Möglichkeit, die Größe der Querdehnungsempfindlichkeit über eine entsprechende DMS-Konstruktion zu steuern. In der Praxis wird diese Möglichkeit allerdings durch die Kompromisse eingeschränkt, die gemacht werden müssen, um alle Leistungsparameter der DMS zu optimieren.

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit werden im Allgemeinen sehr klein sein, weil die Querdehnungsempfindlichkeit selbst klein ist. Bei zweiachsigen Dehnungsfeldern allerdings, die durch ein extremes Verhältnis der Hauptdehnungen zueinander gekennzeichnet sind, kann der prozentuale Fehler für die kleinere Dehnung sehr groß werden, wenn keine Korrektur für die Querdehnungsempfindlichkeit vorgenommen wird. Andererseits wird dieser Fehler für den besonderen Fall eines einachsigen Spannungsfeldes bei einem Werkstoff mit einer Poisson'schen Zahl von 0,285 gleich Null sein, da der K-Faktor des DMS vom Hersteller unter den Bedingungen solch eines Spannungsfeldes bestimmt worden ist und damit den Effekt der Poisson'schen Querdehnung bereits enthält. Es ist wichtig festzuhalten, dass jede Dehnungsmessung mit einem Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit behaftet sein wird, wenn sie unter Bedingungen durchgeführt wurde, die sich von denen der K-Faktor-Bestimmung der eingesetzten DMS unterscheiden. Mit anderen Worten, korrekturbedürftige Fehler können auftreten, wenn a) die Messung durchgeführt wurde an einem Material, dessen Poisson'sche Zahl anders ist als die des Materials, das für die K-Faktor-Bestimmung des DMS benutzt worden war; b) die Messung zwar auf Stahl mit der richtigen Poisson'schen Zahl durchgeführt worden ist, jedoch ein Spannungszustand vorlag, der nicht einachsig war; und schließlich c) die Messung zwar auf Stahl mit der richtigen Poisson'schen Zahl und im einachsigen Spannungszustand durchgeführt worden ist, die Richtung der DMS-Gitterachse jedoch nicht mit der Richtung der größeren Hauptdehnung übereingestimmt hat.

Es ist sicher eine nicht ganz glückliche, aber historisch zu erklärende Praxis, für die DMS K-Faktoren anzugeben, welche das Vorhandensein der Querdehnungsempfindlichkeit faktisch verbergen, und die eigentlich nur für ein ganz bestimmtes Spannungsfeld in einem ganz bestimmten Werkstoff korrekt sind. Daraus ergeben sich Fehler und Verwirrungen, die die Anwendung von DMS ganz allge-

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

mein erschweren. Obwohl einachsige Spannungsfelder natürlich durchaus nicht ungewöhnlich sind, ist ihre Bedeutung im Bereich der experimentellen Spannungsanalyse in Bezug auf die Vorkommenshäufigkeit eher gering. Es läge also kein besonderer Vorteil darin, in der K-Faktor-Angabe die axiale und die Querdehnungsempfindlichkeit für diesen Sonderfall zu kombinieren.

Es ist zweckmäßig, hier eine Bemerkung zur Denominationsfrage einzuflechten. Während in der nichtenglischsprachigen Welt die Dehnungsempfindlichkeit des DMS als K-Faktor mit "K" bezeichnet wird, wendet man in der englischsprachigen Literatur dafür meistens die Bezeichnung "GF" (Gage Factor) an. Die Querdehnungsempfindlichkeit wird dort mit K_t bezeichnet. Um Verwirrung zu vermeiden, wird im weiteren Verlauf dieser TechNote sinnvollerweise folgende Denomination angewandt:

F = K-Faktor

K_t = Querdehnungsempfindlichkeit.

Allgemein gesagt also hat jeder DMS in Wirklichkeit zwei K-Faktoren, nämlich F_a und F_t, bestimmt in einem einachsigen *Dehnungs*feld (nicht Spannungsfeld), einmal mit der Gitterachse parallel zur Dehnungsrichtung (F_a) und zum anderen mit der Gitterachse quer zur Dehnungsrichtung (F_t). Für jedes Dehnungsfeld kann das DMS-Ausgangssignal ausgedrückt werden als:

$$\frac{\Delta R}{R} = F_a\varepsilon_a + F_t\varepsilon_t \qquad (1)$$

Es sind: ε_a, ε_t = Dehnungen parallel und quer zur DMS-Achse bzw. den DMS-Gitterhalmen.

F_a = K-Faktor achsial.

F_t = K-Faktor quer.

Oder:

$$\frac{\Delta R}{R} = F_a(\varepsilon_a + K_t\varepsilon_t) \qquad (2)$$

wobei:

$$K_t = \frac{F_t}{F_a}$$ = Koeffizient der Querdehnungsempfindlichkeit, ab jetzt "Querdehnungsempfindlichkeit" genannt.

Wird der K-Faktor eines DMS im einachsigen Spannungsfeld auf einem Werkstoff mit der Poisson'schen Zahl ν_0 bestimmt, dann gilt

$$\varepsilon_t = -\nu_0\varepsilon_a$$

Folglich kann man schreiben:

$$\frac{\Delta R}{R} = F_a(\varepsilon_a - K_t\nu_0\varepsilon_a)$$

oder

$$\frac{\Delta R}{R} = F_a(1 - \nu_0 K_t)\varepsilon_a \qquad (3)$$

DMS-Hersteller drücken die Gleichung (3) gewöhnlich so aus:

$$\frac{\Delta R}{R} = F\varepsilon \qquad (3a)$$

wobei F der vom Hersteller angegebene K-Faktor ist.

Die Gleichung (3a) erscheint irreführend einfach zu sein, weil, um die Realität auszudrücken, geschrieben werden muss:

$$F = F_a(1 - \nu_0 K_t) \qquad (4)$$

Des weiteren bedeutet ε in Wirklichkeit nur ε_a, also nur eine der Dehnungen, die auf den DMS im einachsigen Spannungsfeld (nicht Dehnungsfeld) einwirken, wenn der DMS parallel zur größeren der beiden Hauptdehnungen liegt, auf einem Material mit der Poisson'schen Zahl ν_o = 0,285. Es ergeben sich immer Fehler und Verwirrungen, wenn dieser Zusammenhang nicht voll verstanden und der wirklichen Bedeutung von **F** und ε nicht Rechnung getragen wird.

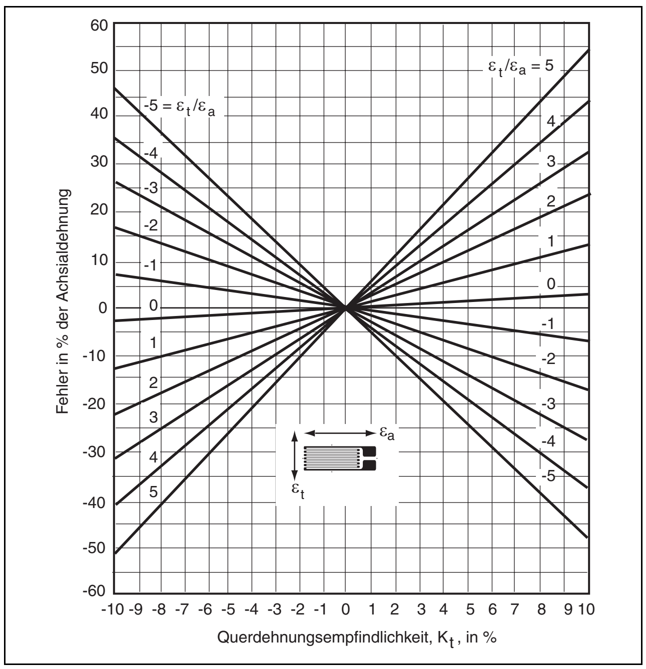


Abb. 1

Es muss absolute Klarheit darüber herrschen, dass für jedes *Dehnungs*feld, das nicht dem einachsigen *Spannungs*feld entspricht, die Dehnungsmessung mit einem Fehler behaftet ist, wenn die Querdehnungsempfindlichkeit des eingesetzten DMS ungleich Null ist. Aber ein solcher Fehler wird selbst im Dehnungsfeld für den einachsigen Spannungszustand vorhanden sein, wenn die DMS-Gitterachse nicht mit der Richtung der größeren der beiden Hauptdehnungen übereinstimmt oder wenn die Dehnungs-

TECH NOTE

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

messung an einem Material stattfindet, dessen Poisson'sche Zahl von dem Wert 0,285 (Stahl) abweicht. In einigen Fällen mag dieser Fehler klein genug und damit vernachlässigbar sein; in anderen Fällen kann seine Vernachlässigung nicht vertretbar sein. Der Fehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit eines DMS, der in einem beliebigen Winkel zur Richtung irgendeines Dehnungsfeldes auf irgendein Material installiert ist, kann folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$n_\varepsilon = \frac{K_t\left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} + \nu_0\right)}{1 - \nu_0 K_t} \times 100 \qquad (5)$$

Es sind: n_ε = Fehler in Prozent der Dehnung entlang der DMS-Gitterachse.

ν_o = die Poisson'sche Zahl des Werkstoffs, auf dem der vom DMS-Hersteller angegebene K-Faktor **F** des DMS bestimmt worden ist; gewöhnlich 0,285.

ε_a, ε_t = die wirklichen Dehnungen parallel und rechtwinklig zur Gitterlängsachse des DMS.*)

Aus Gleichung (5) wird klar, dass der prozentuale Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit mit steigenden Absolutwerten von K_t und $\varepsilon_t/\varepsilon_a$ größer wird, gleichgültig, ob diese Parameter positiv sind oder negativ. Gleichung (5) ist in Abb. 1 grafisch dargestellt, um eine bequeme Möglichkeit zur Abschätzung der Korrekturnotwendigkeit des Fehlers in einem gegebenen Dehnungsfeld zu ermöglichen. Außerdem ermöglicht das Nomogramm eine rasche näherungsweise Abschätzung der Fehlergröße entsprechend der Beziehung.

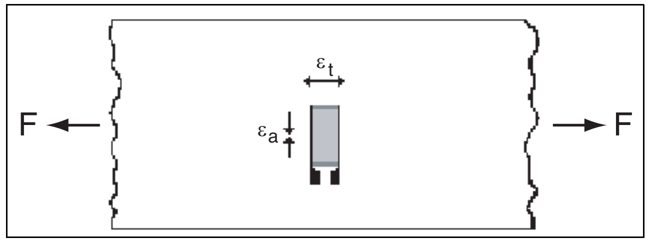
$$n_\varepsilon \approx K_t \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} \times 100(\%)$$

Wie Gleichung (5) zeigt, bleibt diese Näherung befriedigend, solange sich der Absolutwert von $\varepsilon_t/\varepsilon_a$ nicht der Poisson'schen Zahl ν_0 nähert. Dazu ein Beispiel: Angenommen man hätte die Aufgabe, die Poisson'sche Querdehnung in einem einachsigen *Spannungs*feld zu messen. In diesem Fall wird die Poisson'sche Querdehnung durch ε_a repräsentiert, als Dehnung entlang der DMS-Gitterachse, und die Longitudinaldehnung in der Probe entspricht ε_t, da sie ja quer zur DMS-Gitterachse verläuft (siehe die folgende Skizze sowie die Fußnote auf der vorigen Seite).

$$\varepsilon_a = -\nu \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t / \varepsilon_a = -\frac{1}{\nu}$$

*) Die Indizes (a) und (t) beziehen sich immer auf DMS-Gitterrichtung und die dazu korrespondierende Querrichtung. Also (a) Richtung der Gitterachse, (t) rechtwinkelig zur Gitterachse. Damit ist *keinesfalls* die Orientierung des DMS auf einer Probenoberfläche gemeint. (x) und (y) bedeuten ein beliebiges, orthogonal zueinander stehendes Achsenpaar auf einer Probenoberfläche. (p) und (q) beziehen sich auf die Hauptdehnung.



Bestünde die Probe aus Aluminium mit der Poisson'schen Zahl $\nu = 0{,}32$, ergäbe sich $\varepsilon_t/\varepsilon_a = -1/\nu = -3{,}1$. Wäre nun die Querdehnungsempfindlichkeit des eingesetzten DMS -3%, also $K_t = 0{,}03$*), kann man mit der oben angegebenen Näherungsbeziehung einen Fehler von +9,3% errechnen. Die genaue Berechnung mit Gleichung (5) ergibt einen Fehler von +8,5%.

Fehlerkorrektur

Die Effekte der Querdehnungsempfindlichkeit sollten in der experimentellen Spannungsanalyse mit DMS bei zweiachsigen Spannungsfeldern immer berücksichtigt werden. Entweder sollte nachgewiesen werden, dass diese Effekte für einen gegebenen Fall vernachlässigbar klein sind, oder es sollte eine entsprechende Fehlerkorrektur durchgeführt werden. Da in solchen Fällen gewöhnlich 2- oder 3-Element-Rosetten zum Einsatz kommen, werden hier einfache Korrekturmethoden für 2-Element-"T"-Rosetten, 3-Element-Rechtwinkel-Rosetten und 3-Element-Delta (120°)-Rosetten gegeben. Wenn nicht anders vermerkt, sind diese Korrekturmethoden für solche Rosetten anwendbar, bei denen die Querdehnungsempfindlichkeit für alle Rosettengitter gleich oder zumindest annähernd gleich ist. Verallgemeinerte Korrekturgleichungen für beliebige Kombinationen von Querdehnungsempfindlichkeiten innerhalb einer Rosette finden sich im Anhang.

Es sei zuerst die 2-Element-"T"-Rosette betrachtet, deren zwei Gitter entlang zweier orthogonal zueinander liegenden Achsen x und y auf einer Probenoberfläche ausgerichtet sind. Wird dieser Rosettentyp angewandt, stimmen die x- und y-Achsen gewöhnlich mit den Hauptdehnungsrichtungen überein. Die für den Fehler der Querdehnungsempfindlichkeit korrigierten Dehnungen entlang beliebiger orthogonal zueinander stehender Achsen können mithilfe der folgenden Gleichungen jederzeit mit den entlang dieser Achsen gemessenen Dehnungen errechnet werden:

$$\varepsilon_x = \frac{(1 - \nu_0 K_t)(\hat{\varepsilon}_x - K_t \hat{\varepsilon}_y)}{1 - K_t^2} \qquad (6)$$

$$\varepsilon_y = \frac{(1 - \nu_0 K_t)(\hat{\varepsilon}_y - K_t \hat{\varepsilon}_x)}{1 - K_t^2} \qquad (7)$$

*) In jeder Gleichung dieser TechNote muss K_t auf den DMS-Datenblättern in Prozent angegeben, als Absolutwert eingesetzt werden. Der auf dem DMS-Datenblatt angegebene Prozentwert muss zu diesem Zweck also durch 100 geteilt werden.

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

Es sind: $\hat{\varepsilon}_x = \hat{\varepsilon}_{a1}$, angezeigte (unkorrigierte) Dehnung von Gitter 1 der Rosette.

$\hat{\varepsilon}_y = \hat{\varepsilon}_{a2}$, angezeigte (unkorrigierte) Dehnung von Gitter 2 der Rosette.

$\varepsilon_x, \varepsilon_y =$ Korrigierte Dehnung entlang der Achsen x und y.

Der Term $1 - K_t^2$ im Nenner der Gleichungen (6) und (7) kann im Allgemeinen als >0,995 und <1, in der Praxis also als 1 genommen werden, womit sich die Gleichungen (6) und (7) vereinfachen zu

$$\varepsilon_x = (1 - \nu_0 K_t)(\hat{\varepsilon}_x - K_t\hat{\varepsilon}_y) \qquad (6a)$$

$$\varepsilon_y = (1 - \nu_0 K_t)(\hat{\varepsilon}_y - K_t\hat{\varepsilon}_x) \qquad (7a)$$

Der Korrekturvorgang kann weiter dadurch vereinfacht werden, dass man an der Dehnungsmessbrücke anstelle des vom DMS-Hersteller angegebenen K-Faktors F den korrigierten K-Faktor F_a einstellt. Da

$$F_a = \frac{F}{1 - \nu_0 K_t}$$

können die Gleichungen (6a) und (7a) geschrieben werden

$$\varepsilon_x = \hat{\varepsilon}^*_x - K_t\hat{\varepsilon}^*_y \qquad (6b)$$

$$\varepsilon_y = \hat{\varepsilon}^*_y - K_t\hat{\varepsilon}^*_x \qquad (7b)$$

wobei: $\hat{\varepsilon}^*_x, \hat{\varepsilon}^*_y$ = An der Dehnungsmessbrücke angezeigte Dehnungen, mit K-Faktor-Einstellung

$$\frac{F}{1 - \nu_0 K_t}$$

Als Alternative zu dieser rechnerischen Korrektur ist eine schnelle grafische Korrektur mittels des Nomogramms Abb. 2 möglich. Als ersten Schritt zur Anwendung dieses Nomogramms berechnet man:

$$\left(\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a}\right)_1 = \frac{\hat{\varepsilon}_2}{\hat{\varepsilon}_1} = \frac{\hat{\varepsilon}_y}{\hat{\varepsilon}_x} \qquad \text{(Rosettengitter 1)}$$

$$\left(\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a}\right)_2 = \frac{\hat{\varepsilon}_1}{\hat{\varepsilon}_2} = \frac{\hat{\varepsilon}_x}{\hat{\varepsilon}_y} \qquad \text{(Rosettengitter 2)}$$

Dieses getan, geht man beim entsprechenden Wert für K_t in das Nomogramm, folgt dieser Linie aufwärts bis zum Schnittpunkt mit dem entsprechenden Verhältnis $\hat{\varepsilon}_t/\hat{\varepsilon}_a$ für das entsprechende Rosettengitter, horizontal zu diesem Schnittpunkt kann jetzt auf der linken Vertikalachse des Nomogramms ein Korrekturfaktor abgelesen werden.

Unter Einbeziehung dieses Korrekturfaktors schreibt man:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 = C_1\hat{\varepsilon}_1$$

und

$$\varepsilon_y = \varepsilon_2 = C_2\hat{\varepsilon}_2$$

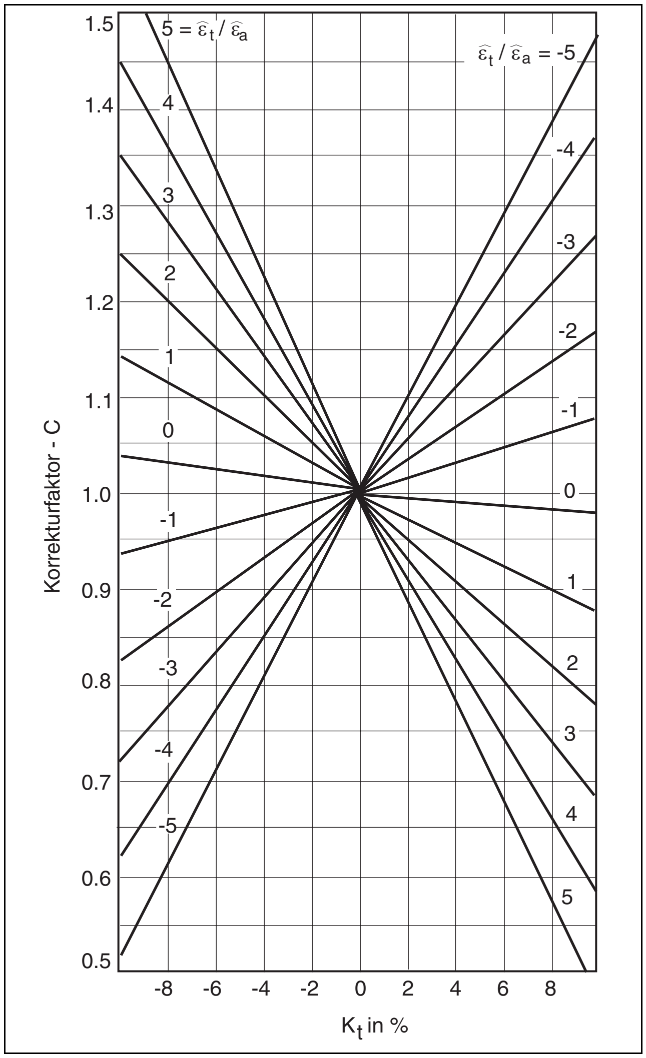


Abb. 2

Im folgenden numerischen Beispiel werden erst die Gleichungen (6a) und (7a) angewandt, und danach wird mit dem Nomogramm Abb. 2 gearbeitet.

Für die angezeigten Dehnungen aus den Rosettengittern (1) und (2) entlang der Achsen x und y seien folgende Werte angenommen:

$\hat{\varepsilon}_1 = +1530\mu m/m$

$\hat{\varepsilon}_2 = +920\mu m/m$

Die Querdehnungsempfindlichkeit K_t sei -0,06 und die vorliegende Poisson'sche Zahl sei 0,285. Diese Werte in die Gleichungen (6a) und (7a) eingesetzt, ergeben die folgenden korrigierten Dehnungswerte:

$$\varepsilon_x = (1 + 0.285 \text{ x } 0.06)(1530 + 0.06 \text{ x } 920) = 1612\mu m/m$$

$$\varepsilon_y = (1 + 0.285 \text{ x } 0.06)(920 + 0.06 \text{ x } 1530) = 1029\mu m/m$$

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

Nun zur Anwendung des Nomogramms Abb. 2:

$$\left(\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a}\right)_1 = \frac{920}{1530} = 0.601 \approx 0.6$$

$$\left(\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a}\right)_2 = \frac{1530}{920} = 1.663 \approx 1.65$$

Folgt man der Linie für K_t = -0,06 (-6%) und interpoliert den Ort für $(\hat{\varepsilon}_t/\hat{\varepsilon}_a)_1$, = 0,6 und für $(\hat{\varepsilon}_t/\hat{\varepsilon}_a)_2$ = 1,65 lassen sich folgende Korrekturfaktoren ablesen:

$$C_1 = 1.06;\ C_2 = 1.12$$

Daraus ergibt sich:

$$\varepsilon_x = C_1\hat{\varepsilon}_x = 1.06 \text{ x } 1530 = 1620\mu\text{m/m}$$

$$\varepsilon_y = C_2\hat{\varepsilon}_y = 1.12 \text{ x } 920 = 1030\mu\text{m/m}$$

Korrektur bei Schubdehnung

Die 2-Element-"T"-Rosette wird manchmal für die direkte Anzeige von Schubdehnung eingesetzt. Es kann nachgewiesen werden, dass die Schubdehnung entlang der winkelteilenden Linie zwischen den Gitterachsen, also unter 45° zu diesen, numerisch gleich der Differenz der Normaldehnungen entlang der Gitterachsen ist. Wenn demzufolge die beiden Gitter einer "T"-Rosette in benachbarte Zweige einer Wheatstone-Brücke geschaltet werden (Halbbrücke), ist die angezeigte Dehnung gleich der Schubdehnung entlang der Winkelhalbierenden. Hier wird eine Korrektur für den Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit obligatorisch. Haben beide Gitter die gleiche Querdehnungsempfindlichkeit, wird diese Korrektur einfach, weil der Fehler nicht vom Dehnungszustand abhängt. Der Korrekturfaktor für diesen Fall ist:

$$C_\gamma = \frac{1 - \nu_0 K_t}{1 - K_t} \qquad (8)$$

Durch Multiplikation der gemessenen Schubdehnung mit dem Korrekturfaktor erhält man die wirkliche Schubdehnung. Also:

$$\gamma = C_\gamma\hat{\gamma} = C_\gamma(\hat{\varepsilon}_x - \hat{\varepsilon}_y) = \frac{1 - \nu_0 K_t}{1 - K_t}(\hat{\varepsilon}_x - \hat{\varepsilon}_y)$$

Der Einfachheit halber ist im Diagramm Abb. 3 dieser Korrekturfaktor als Funktion der Querdehnungsempfindlichkeit K_t dargestellt, für eine Poisson'sche Zahl von ν_0 = 0,285. Da, wie gesagt, der Korrekturfaktor vom Dehnungszustand unabhängig ist, kann er, wenn gewünscht, direkt in die K-Faktor-Einstellung an der Dehnungsmessbrücke einbezogen werden. Der einzustellende Wert wäre dann:

$$F_\gamma = F\frac{1 - K_t}{1 - \nu_0 K_t} \qquad (9)$$

Ist diese Einstellung an der Dehnungsmessbrücke vorgenommen worden, zeigt das Instrument die wirkliche Schubdehnung entlang der Winkelhalbierenden zwischen den Gittern einer "T"-Rosette an, bereits korrigiert für den Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit.

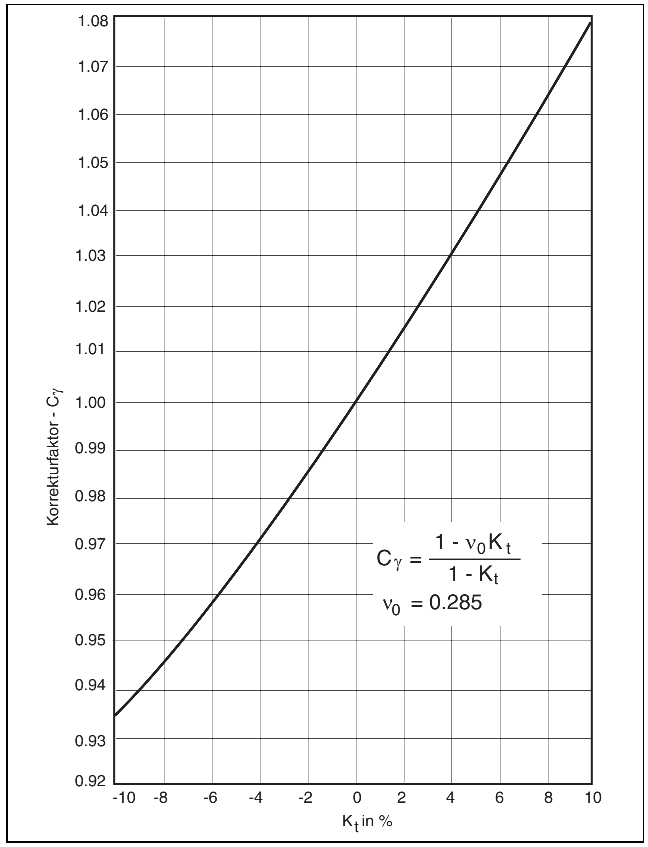


Abb. 3

3-Element-Rechtwinkel-Rosette

Sind bei einem gegebenen Messfall die Hauptdehnungsrichtungen unbekannt, sind drei unabhängige Dehnungsmessungen erforderlich, um den Dehnungszustand an einem Punkt vollständig zu bestimmen. Zu diesem Zweck sollte eine Rosette, bestehend aus drei Messgittern, benutzt werden, und die bekannte Rechtwinkel-Rosette ist dafür im Allgemeinen die passendste Rosettenform.

Wenn nun die Querdehnungsempfindlichkeit der einzelnen Rosettengitter ungleich Null ist, werden die individuellen Dehnungswerte aus diesen Gittern fehlerhaft sein, und die daraus errechneten Hauptdehnungen und -spannungen werden ebenso mit entsprechenden Fehlern behaftet sein.

Korrekturen für die Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit können entweder direkt an den drei individuellen Dehnungsmesswerten vorgenommen werden oder später bei den daraus errechneten Hauptdehnungen oder Hauptspannungen.

Bei fortlaufender Nummerierung der Messgitter korrespondieren die Gitter (1) und (3) direkt mit einer 2-Element-"T"-Rosette, da sie ebenso mit einem Winkelabstand von 90° zueinander positioniert sind. Für diese Gitter kann die Korrektur des Fehlers aus der Querdehnungsempfindlichkeit mithilfe der Gleichungen (6) und (7) oder (6a) und

TECH NOTE

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

(7a) oder, durch entsprechende K-Faktor-Einstellung am Messinstrument, mittels der Gleichungen (6b) und (7b) vorgenommen werden. Was das mittlere Messgitter, also Gitter (2) anbelangt, muss eine spezielle Beziehung zur rechnerischen Korrektur angewandt werden, da für dieses Gitter ja kein Dehnungswert orthogonal zur Gitterlängsrichtung vorliegt. Die folgenden Korrekturgleichungen für die drei Messgitter der Rosette sind anzuwenden:

$$\varepsilon_1 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}(\hat{\varepsilon}_1 - K_t\hat{\varepsilon}_3) \qquad (10)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}[\hat{\varepsilon}_2 - K_t(\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_3 - \hat{\varepsilon}_2)] \qquad (11)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}(\hat{\varepsilon}_3 - K_t\hat{\varepsilon}_1) \qquad (12)$$

Es sind: $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_3$ = Gemessene Dehnungen aus den drei Rosettengittern.

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ = Korrigierte Dehnungen entlang der Rosettengitterachsen.

Es sollte beachtet werden, dass für die Gleichungen (10), (11) und (12) vorausgesetzt wird, dass bei allen drei Rosettengittern die Querdehnungsempfindlichkeit effektiv gleich ist, wie das etwa bei gestapelten Rosetten (übereinander liegende Gitter) der Fall ist. Das muss für planare Rosetten nicht zutreffen, da die Gitterrichtungen in Bezug auf die Walzrichtung der Gitterfolie unterschiedlich orientiert sind. Es ist allerdings allgemeine Praxis, die Rosetten so aus den Folien herauszuarbeiten, dass sich in Bezug auf die Walzrichtung Symmetrie ergibt und demzufolge die Querdehnungsempfindlichkeiten der Gitter (1) und (3) nominell gleich sind, während der entsprechende Wert für Gitter (2) unterschiedlich sein mag. Korrekturgleichungen für Rosetten mit unterschiedlichen Querdehnungsempfindlichkeiten pro Gitter werden im Anhang gegeben.

Delta-Rosetten

Eine Delta-Rosette besteht aus drei Messgittern, die in Form eines gleichseitigen Dreiecks (deswegen "Delta") oder "Y"-förmig angeordnet sind, wobei im letzteren Fall die drei Arme des "Y" im gleichen Winkel zueinander (120°) positioniert sind. Die Delta-Rosette bietet einen kleinen potenziellen Vorteil gegenüber der 3-Element-Rechtwinkel-Rosette, da bei ihr die kleinste mögliche Summe der drei gemessenen Dehnungswerte höher ist. Das rührt daher, dass die drei Rosettengitter den größtmöglichen Winkelabstand zueinander haben. Allerdings macht das die Berechnung der Hauptdehnungen und auch die Korrekturen für die Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit etwas umständlicher, als das bei der 3-Element-Rechtwinkel-Rosette der Fall ist.

Wie schon im Fall der 3-Element-Rechtwinkel-Rosette werden auch Delta-Rosetten so gefertigt, dass sich bei Planar-Rosetten eine Symmetrie bezüglich der Folienwalzrichtung ergibt. Das bedeutet, dass zwei der Gitter gewöhnlich die gleiche Querdehnungsempfindlichkeit aufweisen werden und das dritte Gitter diesbezüglich einen anderen Wert zeigen wird. Korrekturgleichungen für diesen Fall finden sich im Anhang. Bei einer gestapelten Delta-Rosette (Gitter übereinander) haben alle drei Gitter die gleiche nominelle Querdehnungsempfindlichkeit.

Die individuellen Dehnungswerte aus den drei Gittern einer Delta-Rosette können für die Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit mit den folgenden Gleichungen korrigiert werden, wenn für alle der gleiche Wert für K_t angewandt werden kann:

$$\varepsilon_1 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}\left[\left(1+\frac{K_t}{3}\right)\hat{\varepsilon}_1 - \frac{2}{3}K_t(\hat{\varepsilon}_2 + \hat{\varepsilon}_3)\right] \qquad (13)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}\left[\left(1+\frac{K_t}{3}\right)\hat{\varepsilon}_2 - \frac{2}{3}K_t(\hat{\varepsilon}_3 + \hat{\varepsilon}_1)\right] \qquad (14)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}\left[\left(1+\frac{K_t}{3}\right)\hat{\varepsilon}_3 - \frac{2}{3}K_t(\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2)\right] \qquad (15)$$

Wie schon bei vorhergehenden Fällen kann eine Vereinfachung dadurch erzielt werden, dass der Term $(1 - K_t^2)$ gleich 1 gesetzt und die Größe $(1 - \nu_0 K_t)$ bei der K-Faktor-Einstellung an der Dehnungsmessbrücke berücksichtigt wird. Diese K-Faktor-Einstellung errechnet sich zu:

$$F_a = \frac{F}{1-\nu_0 K_t}$$

Korrektur der Hauptdehnungen

Bei jeder Art von Rosette ist es immer möglich (und oft auch am bequemsten), zuerst die Hauptdehnungen mithilfe der bekannten Rosettengleichungen zu errechnen und dann erst die Korrekturen für die Querdehnungsempfindlichkeit vorzunehmen. Das ergibt sich aus der Tatsache, dass die Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit der errechneten Hauptdehnungen unabhängig sind von der Rosettenform, solange alle Rosettengitter die gleiche nominelle Querdehnungsempfindlichkeit hatten. Da nun die Gleichungen (6) und (7) für jede Art von orthogonal zueinanderstehenden Dehnungen anwendbar sind, müssen sie auch für die errechneten Hauptdehnungen gelten. Wenn also die Hauptdehnungen aus Dehnungsmessungen errechnet worden sind, die bezüglich der Querdehnungsempfindlichkeit unkorrigiert waren, können korrigierte Hauptdehnungen einfach mittels der folgenden Beziehungen erhalten werden:

$$\varepsilon_p = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}(\hat{\varepsilon}_p - K_t\hat{\varepsilon}_q) \qquad (16)$$

$$\varepsilon_q = \frac{1-\nu_0 K_t}{1-K_t^2}(\hat{\varepsilon}_q - K_t\hat{\varepsilon}_p) \qquad (17)$$

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

Weiter können die Gleichungen (16) und (17) umgeschrieben werden, um die wirklichen Hauptdehnungen mittels unkorrigierter Hauptdehnungen und eines Korrekturfaktors auszudrücken:

$$\varepsilon_p = \hat{\varepsilon}_p\left[\left(\frac{1-\nu_0 K_t}{1-K^2{}_t}\right)\left(1-K_t\frac{\hat{\varepsilon}_q}{\hat{\varepsilon}_p}\right)\right] \qquad (18)$$

$$\varepsilon_q = \hat{\varepsilon}_q\left[\left(\frac{1-\nu_0 K_t}{1-K^2{}_t}\right)\left(1-K_t\frac{\hat{\varepsilon}_p}{\hat{\varepsilon}_q}\right)\right] \qquad (19)$$

Die Gleichungen (18) und (19) sind nun die gleichen Beziehungen, die für die Herstellung des Nomogramms Abb. 2 benutzt worden sind. Damit kann dieses Nomogramm direkt herangezogen werden, wenn errechnete Hauptdehnungen für Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit korrigiert werden sollen. Man geht dabei in gleicher Weise vor, wie weiter oben beschrieben. Zu beachten ist lediglich folgender Zusammenhang:

$$\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a} = \frac{\hat{\varepsilon}_q}{\hat{\varepsilon}_p} \quad \text{wenn } \hat{\varepsilon}_p \text{ korrigiert wird}$$

und

$$\frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\varepsilon}_a} = \frac{\hat{\varepsilon}_p}{\hat{\varepsilon}_q} \quad \text{wenn } \hat{\varepsilon}_q \text{ korrigiert wird.}$$

In der Tat definieren drei gemessene Dehnungswerte aus beliebig zueinander angeordneten Messgittern immer einen "gemessenen" Mohr'schen Dehnungskreis. Wird mit entsprechenden Beziehungen schließlich daraus die Strecke zum Mittelpunkt dieses Mohr'schen Dehnungskreises sowie sein Radius berechnet, wird eine weitere einfache Korrekturmöglichkeit für die Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit offenbar. Um nämlich aus dem "gemessenen" Mohr'schen Dehnungskreis einen den korrigierten Dehnungswerten entsprechenden zu machen, muss der Abstand zum Mittelpunkt des Kreises lediglich mit $(1 - \nu_0 K_t) / (1 + K_t)$ multipliziert werden und der Radius des Kreises mit $(1 - \nu_0 K_t) / (1 - K_t)$. Die größere der Hauptdehnungen ist die Summe der Strecke zum Mittelpunkt des Mohr'schen Dehnungskreises und dessen Radius, während die kleinere der Hauptdehnungen die Differenz zwischen den beiden ist.

Bibliographie

ASTM Standard E251, Part III. "Standard Test Method for Performance Characteristics of Bonded Resistance Strain Gages".

Avril, J. "Lateral des Jauges Electriques". GAMAC Conference. April 25, 1967.

Baumberger, R. and F. Hines. "Practical Reduction Formulas for Use on Bonded Wire Strain Gages in Two-Dimensional Stress Fields." *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis* **II**: No. 1, 113-127,1944.

Bossart, K. J. and G. A. Brewer. "A Graphical Method of Rosette Analysis." *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis* **IV**: No. 1, 1-8, 1946.

Campbell, W. R. "Performance Tests of Wire Strain Gages: IV-Axial and Transverse Sensitivities." *NACA TN1042*, 1946.

Gu, W. M. "A Simplified Method for Eliminating Error of Transverse Sensitivity of Strain Gage." *Experimental Mechanics* **22**: No. 1, 16-18, January 1982.

Meier, J. H. "the Effect of Transverse Sensitivity of SR-4 Gages Used as Rosettes." *Handbook of Experimental Stress Analysis*, ed. by M. Hetenyi, John Wiley & Sons, pp. 407-411, 1950.

Meier, J. H. "On the Transversestrain Sensitivity of Foil Gages". *Experimental Mechanics* **1**: 39-40, July 1961.

Meyer, M. L. "A Unified Rational Analysis for Gauge Factor and Cross-Sensitivity of Electric-Resistance Strain Gauges". *Journal of Strain Analysis* **2**: No. 4, 324-331, 1967.

Meyer, M. L. "A Simple Estimate for the Effect of Cross Sensitivity on Evaluated Straingage Measurement." *Experimental Mechanics 7*: 476-480, November 1967.

Murray, W. M. and P. K. Stein. *Strain Gage Techniques*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, pp. 56-81, 1959. .

Nasudevan, M. "Note on the Effect of Cross-Sensitivity in the Determination of Stress." *STRAIN 7*: No. 2, 74-75, April 1971.

Starr, J. E. "Some Untold Chapters in the Story of the Metal Film Strain Gages." *Strain Gage Readings* **3**: No. 5, 31, December 1960-January 1961.

Wu, Charles T. "Transverse Sensitivity of Bonded Strain Gages." *Experimental Mechanics* **2**: 338-344, November 1962.

Anhang

Die folgenden Beziehungen können zur Korrektur der Fehler aus der Querdehnungsempfindlichkeit bei Messungen mit DMS-Rosetten herangezogen werden, wenn die Querdehnungsempfindlichkeiten der Gitter innerhalb einer Rosette nicht gleich sind.

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

2-Element-"T"-Rosette

$$\varepsilon_1 = \frac{\hat{\varepsilon}_1(1 - \nu_0 K_{t_1}) - K_{t_1}\hat{\varepsilon}_2(1 - \nu_0 K_{t_2})}{1 - K_{t_1}K_{t_2}} \tag{20}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\hat{\varepsilon}_2(1 - \nu_0 K_{t_2}) - K_{t_2}\hat{\varepsilon}_1(1 - \nu_0 K_{t_1})}{1 - K_{t_1}K_{t_2}} \tag{21}$$

Es sind: $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2$ = unkorrigierte, gemessene Dehnung von Gitter (1) und (2) der Rosette.

K_{t_1}, K_{t_2} = Querdehnungsempfindlichkeit der Gitter (1) und (2).

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ = wirkliche, korrigierte Dehnung entlang der Richtungen von Gitter (1) und (2).

3-Element-Rechtwinkel-Rosette

$$\varepsilon_1 = \frac{\hat{\varepsilon}_1(1 - \nu_0 K_{t_1}) - K_{t_1}\hat{\varepsilon}_3(1 - \nu_0 K_{t_3})}{1 - K_{t_1}K_{t_3}} \tag{22}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\hat{\varepsilon}_2(1 - \nu_0 K_{t_2})}{1 - K_{t_2}} - \frac{K_{t_2}\left[\hat{\varepsilon}_1(1 - \nu_0 K_{t_1})(1 - K_{t_3}) + \hat{\varepsilon}_3(1 - \nu_0 K_{t_3})(1 - K_{t_1})\right]}{(1 - K_{t_1}K_{t_3})(1 - K_{t_2})} \tag{23}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\hat{\varepsilon}_3(1 - \nu_0 K_{t_3}) - K_{t_3}\hat{\varepsilon}_1(1 - \nu_0 K_{t_1})}{1 - K_{t_1}K_{t_3}} \tag{24}$$

Ist die Querdehnungsempfindlichkeit der beiden orthogonal zueinander stehenden Gitter gleich, gilt

$$K_{t_1} = K_{t_3} = K_{t_{13}}$$

Dann sind:

$$\varepsilon_1 = \frac{1 - \nu_0 K_{t_{13}}}{1 - K^2_{t_{13}}}(\hat{\varepsilon}_1 - K_{t_{13}}\hat{\varepsilon}_3) \tag{25}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(1 - \nu_0 K_{t_2})(1 + K_{t_{13}})\hat{\varepsilon}_2 - K_{t_2}(1 - \nu_0 K_{t_{13}})(\hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_3)}{(1 + K_{t_{13}})(1 - K_{t_2})} \tag{26}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1 - \nu_0 K_{t_{13}}}{1 - K^2_{t_{13}}}(\hat{\varepsilon}_3 - K_{t_{13}}\hat{\varepsilon}_1) \tag{27}$$

Es sind: $\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2, \hat{\varepsilon}_3$ = unkorrigierte, gemessene Dehnungswerte aus den Gittern (1), (2) und (3).

$K_{t_1}, K_{t_2}, K_{t_3}$ = Querdehnungsempfindlichkeit der Gitter (1), (2) und (3).

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ = wirkliche, korrigierte Dehnungen entlang der Richtung der Gitter (1), (2) und (3).

Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS

Delta-Rosette

$$\varepsilon_1 = \frac{\hat{\varepsilon}_1(1-\nu_0 K_{t_1})(3-K_{t_2}-K_{t_3}-K_{t_2}K_{t_3})-2K_{t_1}[\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(1-K_{t_3})+\hat{\varepsilon}_3(1-\nu_0 K_{t_3})(1-K_{t_2})]}{3K_{t_1}K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_2}-K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_3}-K_{t_1}-K_{t_2}-K_{t_3}+3} \quad (28)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(3-K_{t_3}-K_{t_1}-K_{t_3}K_{t_1})-2K_{t_2}[\hat{\varepsilon}_3(1-\nu_0 K_{t_3})(1-K_{t_1})+\hat{\varepsilon}_1(1-\nu_0 K_{t_1})(1-K_{t_3})]}{3K_{t_1}K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_2}-K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_3}-K_{t_1}-K_{t_2}-K_{t_3}+3} \quad (29)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\hat{\varepsilon}_3(1-\nu_0 K_{t_3})(3-K_{t_1}-K_{t_2}-K_{t_1}K_{t_2})-2K_{t_3}[\hat{\varepsilon}_1(1-\nu_0 K_{t_1})(1-K_{t_2})+\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(1-K_{t_1})]}{3K_{t_1}K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_2}-K_{t_2}K_{t_3}-K_{t_1}K_{t_3}-K_{t_1}-K_{t_2}-K_{t_3}+3} \quad (30)$$

Haben zwei Messgitter, z. B. die Gitter (1) und (3) die gleiche Querdehnungsempfindlichkeit, dann gilt:

$$\varepsilon_1 = \frac{\hat{\varepsilon}_1(1-\nu_0 K_{t_{13}})(3-K_{t_2}-K_{t_{13}}-K_{t_{13}}K_{t_2})-2K_{t_{13}}[\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(1-K_{t_{13}})+\hat{\varepsilon}_3(1-\nu_0 K_{t_{13}})(1-K_{t_2})]}{3K^2_{t_{13}}K_{t_2}-K^2_{t_{13}}-2K_{t_{13}}K_{t_2}-2K_{t_{13}}-K_{t_2}+3} \quad (31)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(3+K_{t_{13}})-2K_{t_2}[(\hat{\varepsilon}_1+\hat{\varepsilon}_3)(1-\nu_0 K_{t_{13}})]}{K_{t_{13}}-3K_{t_{13}}K_{t_2}-K_{t_2}+3} \quad (32)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\hat{\varepsilon}_3(1-\nu_0 K_{t_{13}})(3-K_{t_2}-K_{t_{13}}-K_{t_{13}}K_{t_2})-2K_{t_{13}}[\hat{\varepsilon}_1(1-\nu_0 K_{t_{13}})(1-K_{t_2})+\hat{\varepsilon}_2(1-\nu_0 K_{t_2})(1-K_{t_{13}})]}{3K^2_{t_{13}}K_{t_2}-K^2_{t_{13}}-2K_{t_{13}}K_{t_2}-2K_{t_{13}}-K_{t_2}+3} \quad (33)$$

Es gelten die gleichen Notationen wie bei den Gleichungen (22) bis (27), außer dass die beiden Gitter mit der gleichen Querdehnungsempfindlichkeit K_{t13} nicht orthogonal zueinander angeordnet sind.